

《离散数学》题库答案

(图论部分)

- 54、设 G 是一个哈密尔顿图，则 G 一定是()。
- (1) 欧拉图 (2) 树 (3) 平面图 (4) 连通图
- 55、下面给出的集合中，哪一个是前缀码？()
- (1) $\{0, 10, 110, 101111\}$ (2) $\{01, 001, 000, 1\}$
(3) $\{b, c, aa, ab, aba\}$ (4) $\{1, 11, 101, 001, 0011\}$
- 56、一个图的哈密尔顿路是一条通过图中()的路。
- 57、在有向图中，结点 v 的出度 $\deg^+(v)$ 表示()，入度 $\deg^-(v)$ 表示()。
- 58、设 G 是一棵树，则 G 的生成树有()棵。
- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 不能确定
- 59、 n 阶无向完全图 K_n 的边数是()，每个结点的度数是()。
- 60、一棵无向树的顶点数 n 与边数 m 关系是()。
- 61、一个图的欧拉回路是一条通过图中()的回路。
- 62、有 n 个结点的树，其结点度数之和是()。
- 63、下面给出的集合中，哪一个不是前缀码()。
- (1) $\{a, ab, 110, a1b11\}$ (2) $\{01, 001, 000, 1\}$
(3) $\{1, 2, 00, 01, 0210\}$ (4) $\{12, 11, 101, 002, 0011\}$
- 64、 n 个结点的有向完全图边数是()，每个结点的度数是()。
- 65、一个无向图有生成树的充分必要条件是()。
- 66、设 G 是一棵树， n, m 分别表示顶点数和边数，则
- (1) $n=m$ (2) $m=n+1$ (3) $n=m+1$ (4) 不能确定。
- 67、设 $T = \langle V, E \rangle$ 是一棵树，若 $|V| > 1$ ，则 T 中至少存在()片树叶。
- 68、任何连通无向图 G 至少有()棵生成树，当且仅当 G 是()， G 的生成树只有一棵。
- 69、设 G 是有 n 个结点 m 条边的连通平面图，且有 k 个面，则 k 等于：
- (1) $m-n+2$ (2) $n-m-2$ (3) $n+m-2$ (4) $m+n+2$ 。
- 70、设 T 是一棵树，则 T 是一个连通且()图。
- 71、设无向图 G 有 16 条边且每个顶点的度数都是 2，则图 G 有()个顶点。

- (1) 10 (2) 4 (3) 8 (4) 16

72、设无向图 G 有 18 条边且每个顶点的度数都是 3，则图 G 有 () 个顶点。

- (1) 10 (2) 4 (3) 8 (4) 12

73、设图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{a, b, c, d, e\}$, $E = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, e \rangle\}$, 则 G 是有向图还是无向图?

74、任一有向图中，度数为奇数的结点有 () 个。

75、具有 6 个顶点，12 条边的连通简单平面图中，每个面都是由 () 条边围成?

- (1) 2 (2) 4 (3) 3 (4) 5

76、在有 n 个顶点的连通图中，其边数 ()。

- (1) 最多有 $n-1$ 条 (2) 至少有 $n-1$ 条
(3) 最多有 n 条 (4) 至少有 n 条

77、一棵树有 2 个 2 度顶点，1 个 3 度顶点，3 个 4 度顶点，则其 1 度顶点为 ()。

- (1) 5 (2) 7 (3) 8 (4) 9

78、若一棵完全二元 (叉) 树有 $2n-1$ 个顶点，则它 () 片树叶。

- (1) n (2) $2n$ (3) $n-1$ (4) 2

79、下列哪一种图不一定是树 ()。

- (1) 无简单回路的连通图 (2) 有 n 个顶点 $n-1$ 条边的连通图
(3) 每对顶点间都有通路的图 (4) 连通但删去一条边便不连通的图

80、连通图 G 是一棵树当且仅当 G 中 ()。

- (1) 有些边是割边 (2) 每条边都是割边
(3) 所有边都不是割边 (4) 图中存在一条欧拉路径

(图论部分)

88、证明在有 n 个结点的树中，其结点度数之和是 $2n-2$ 。

88、任一图中度数为奇数的结点是偶数个。

89、连通无向图 G 的任何边一定是 G 的某棵生成树的弦。这个断言对吗？若是对的请证明之，否则请举例说明。

90、设 $T=\langle V, E \rangle$ 是一棵树，若 $|V|>1$ ，则 T 中至少存在两片树叶。

91、画一个使它分别满足：

- (1) 有欧拉回路和哈密顿回路；
- (2) 有欧拉回路，但无条哈密顿回路；
- (3) 无欧拉回路，但有哈密顿回路；
- (4) 既无欧拉回路，又无哈密顿回路。

92、设无向图 $G=\langle V, E \rangle$, $|E|=12$ 。已知有 6 个 3 度顶点, 其他顶点的度数均小于 3。问 G 中至少有多少个顶点?

93、设图 $G=\langle V, E \rangle$, $|V|=n$, $|E|=m$ 。k 度顶点有 n_k 个, 且每个顶点或是 k 度顶点或是 $k+1$ 度顶点。证明: $n_k=(k+1)-2m$ 。

94、设 $G=\langle V, E \rangle$ 是一个连通且 $|V|=|E|+1$ 的图, 则 G 中有一个度为 1 的结点。

95、若 n 阶连通图中恰有 $n-1$ 条边, 则图中至少有一个结点度数为 1。

96、若 G 有 n 个结点, m 条边, f 个面, 且每个面至少由 k ($k \geq 3$) 条边围成, 则 $m \leq k(n - 2) / (k - 2)$ 。

97、设 $G = \langle V, E \rangle$ 是连通的简单平面图, $|V| = n \geq 3$, 面数为 k , 则 $k \leq 2n - 4$ 。

98、证明对于连通无向简单平面图, 当边数 $e < 30$ 时, 必存在度数 ≤ 4 的顶点。

99、在一个连通简单无向平面图 $G = \langle V, E, F \rangle$ 中若 $|V| \geq 3$, 则 $|E| \leq 3|V| - 6$ 。

100、给定连通简单平面图 $G = \langle V, E, F \rangle$, 且 $|V| = 6$, $|E| = 12$, 则对于任意 $f \in F$, $d(f) = 3$ 。

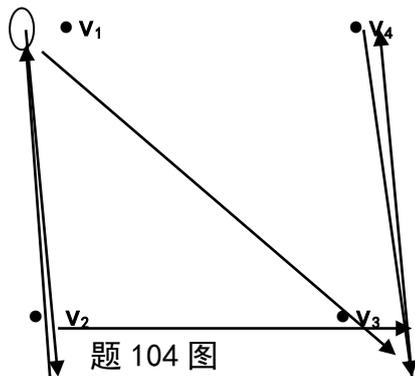
101、设 $G = \langle V, E \rangle$ 是 n 个顶点的无向图 ($n > 2$), 若对任意 $u, v \in V$, 有 $d(u) + d(v) \geq n$, 则 G 是连通图。

102、一次会议有 20 人参加, 其中每个人都在其中有不下 10 个朋友。这 20 人围成一圆桌入席。有没有可能使任意相邻而坐的两个人都是朋友? 为什么?

103、证明在任何两个或两个以上人的组内，存在两个人在组内有相同个数的朋友。

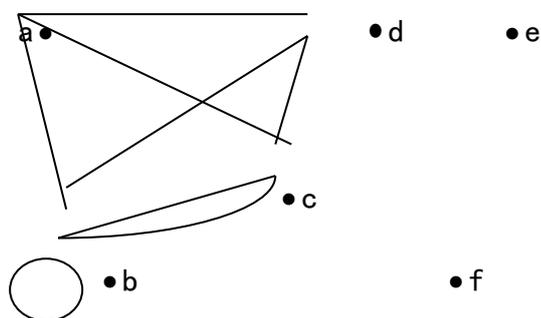
104、设有如下有向图 $G=\langle V, E \rangle$,

(1) 求 G 的邻接矩阵；(2) G 中 v_1 到 v_4 的长度为 4 的通路有多少条？(3) G 中经过 v_1 的长度为 3 的回路有多少条？(4) G 中长度不超过 4 的通路有多少条？其中有多少条通路？



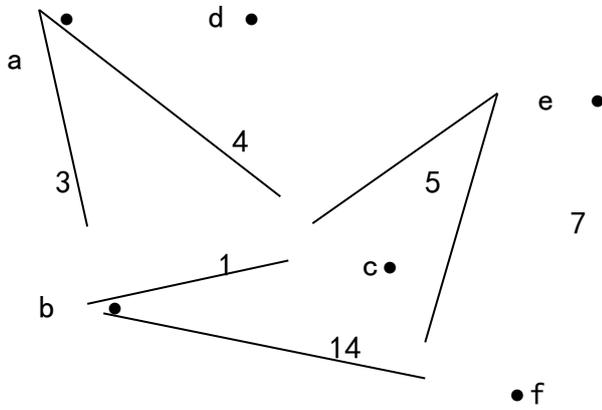
105、求下列无向图中每个顶点的度数；求下列有向图中每个顶点的出度、入度和度。

解：

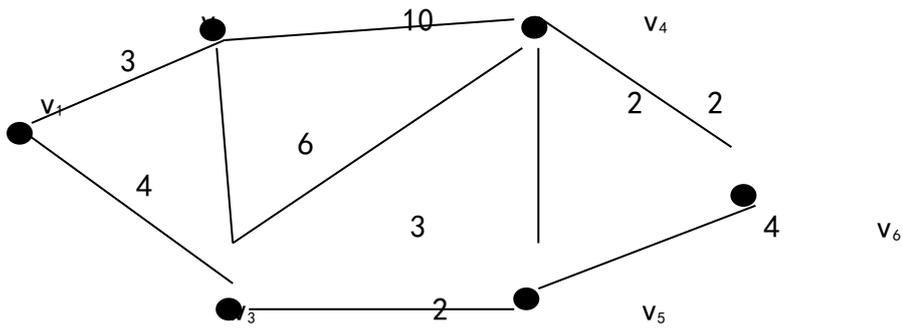


106、求下列无向图的子图、生成子图、由边集诱导的子图和由顶点集诱导的子图。

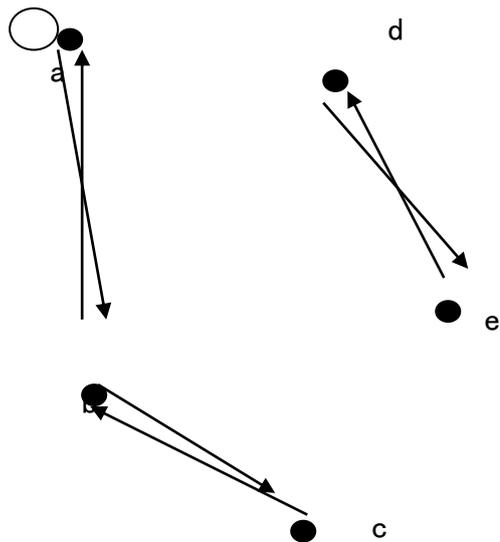
107、求下列赋权图顶点间的距离。



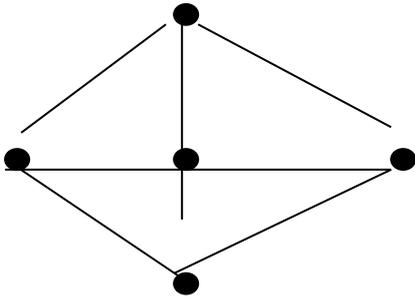
108、求下列赋权图中 v_1 到其他顶点的距离。



109、求下图的可达矩阵。



110、求下列图的生成树。



111、在一个有 n 个顶点的 $G=\langle V, E \rangle$ 中, $u, v \in V$ 。若存在一条从 u 到 v 的一条通路, 则必有一条从 u 到 v 的长度不超过 $n-1$ 的通路。

112、设简单平面图 G 中顶点数 $n=7$, 边数 $m=15$ 。证明: G 是连通的。

113、已知一棵无向树中有 2 个 2 度顶点、1 个 3 度顶点、3 个 4 度顶点，其余顶点度数都为 1。问它有多少个 1 度顶点？

114、有向图 G 是强连通的 $\Leftrightarrow G$ 中有一回路，它至少通过每个顶点一次。

115、一个有向图是单向连通图 \Leftrightarrow 它有一条经过所有结点的路。