历年概率论与数理统计试题分章整理

第 1 章

一、选择与填空

11 级

1、设 $P(A)=0.5$，$P(A\overline{B})=0.2$，则 $P(B|A)=$______。

1、设 A,B,C 为随机事件，则下列选项中一定正确的是______。

(A) 若 $P(A)=0$，则 A 为不可能事件

(B) 若 A 与 B 相互独立，则 A 与 B 互不相容

(C) 若 A 与 B 互不相容，则 $P(A)=1-P(B)$

(D) 若 $P(AB)\neq 0$，则 $P(BC|A)=P(B|A)P(C|BA)$

10 级

1. 若 A,B 为两个随机事件，则下列选项中正确的是_____。

(A) $\left(A\bigcup B\right)-B=A$　　(B) $\left(A\bigcup B\right)-B=B$

(C) $\left[\left(A\bigcup B\right)-B\right]\subset A$　　(D) $\left[\left(A\bigcup B\right)-B\right]\supset A$

1. 某人向同一目标独立重复进行射击，每次射击命中的概率为 $p(0<p<1)$，则此人第 4 次射击恰好是第 2 次命中目标的概率为_____。

2. 在 $[0,1]$ 中随机取数 x，在 $[1,2]$ 中随机取数 y，则事件 $\left\{x+y\geq\dfrac{3}{2}\right\}$ 的概率为________。

09 级

1. 10 件产品中有 8 件正品，2 件次品，任选两件产品，则恰有一件为次品的概率为____.

2. 在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数，则事件{两数之和大于 $\dfrac{4}{5}$ }的概率为______.

1. 设 A,B 为两个随机事件，若事件 A,B 的概率满足 $0<P(A)<1,0<P(B)<1$，且有等式 $P(A|B)=P(A|\overline{B})$ 成立，则事件 A,B ____.

(A) 互斥　　(B) 对立

(C) 相互独立　　(D) 不独立

08 级

1、某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而随意拨号，则拨号不超过三次而接通电话的概率为_____。

(A) $\dfrac{1}{10}$　　(B) $\dfrac{3}{10}$　　(C) $\dfrac{9}{10}$　　(D) $\dfrac{1}{8}$

1、在区间 $[0,L]$ 之间随机地投两点，则两点间距离小于 $\dfrac{L}{2}$ 的概率为______。

07级

1、10 把钥匙中有 3 把能打开门锁，今任取两把钥匙，则打不开门锁的概率为__。

2、在区间 $(0,1)$ 之间随机地取两个数，则事件{两数的最大值大于 $\dfrac{2}{3}$ }发生的概率为____。

二、计算与应用

11 级

有两个盒子，第一个盒子装有 2 个红球 1 个黑球，第二个盒子装有 2 个红球 2 个黑球，现从这两个盒子中各任取一球放在一起，再从中任取一球。

（1）求这个球是红球的概率；

（2）重复上述过程 10 次，记 X 表示出现取出的球为红球的次数，求 $E(X^2)$。

10 级

1. 已知 A,B 为两个随机事件，且 $P(A)=\frac{1}{2}$， $P(B)=\frac{3}{5}$， $P(B|A)=\frac{4}{5}$，求：

（1） $P(A\cup B)$；（2） $P(A-B)$；（3） $P[\bar{B}|(A\cup B)]$。

09 级

1. 设 A,B 为两个随机事件，且有 $P(\bar{A})=0.4, P(B)=0.4, P(\bar{B}|A)=0.5$，计算：

（1） $P(A)$；　　（2） $P(AB)$；　　（3） $P\left(\bar{B}\middle|(A\bigcup B)\right)$.

08 级

1、 设 A,B 为两个事件， $P(\bar{A})=0.3$， $P(B)=0.4$， $P(A\bar{B})=0.5$，求：

（1） $P(A)$；　（2） $P(AB)$；　（3） $P\left(B\middle|(A\cup\bar{B})\right)$.

07级

2、 设 A,B,C 为三个事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{3}$， $P(AB)=0$， $P(AC)=\frac{1}{6}$，

$P(BC)=\frac{1}{8}$，求：

（1） $P(C|A)$；　（2） $P(C|\bar{B})$；　（3） A,B,C 至少有一个发生的概率。

第 2 章

一、选择与填空

11 级

2、设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$F(x)$ 为其分布函数，则对任意实数 a，有 $F(\mu+a)+F(\mu-a)=$________。

10 级

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且服从同一分布：$P\{X=k\}=P\{Y=k\}=\dfrac{k+1}{3}\quad(k=0,1)$，则概率 $P\{X=Y\}$ 的值为________。

08 级

2、设相互独立的两个随机变量 X，Y 的分布函数分别为 $F_X(x)$，$F_Y(y)$，则 $Z=\max(X,Y)$ 的分布函数是____。

(A) $F_Z(z)=\max\{F_X(z),F_Y(z)\}$ (B) $F_Z(z)=\max\{|F_X(z)|,|F_Y(z)|\}$

(C) $F_Z(z)=F_X(z)F_Y(z)$ (D) $F_Z(z)=F_X(x)F_Y(y)$

3、设随机变量 $X\sim N(1,4)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X 与 Y 相互独立，则____。

(A) $X-2Y\sim N(1,8)$ (B) $X-2Y\sim N(1,6)$

(C) $X-2Y\sim N(1,2)$ (D) $X-2Y\sim N(1,1)$

07 级

1、已知随机变量 X 服从参数 $n=2$，$p=\dfrac{1}{3}$ 的二项分布，$F(x)$ 为 X 的分布函数，则 $F(1.5)=$____。

(A) $\dfrac{1}{9}$ (B) $\dfrac{4}{9}$ (C) $\dfrac{5}{9}$ (D) $\dfrac{8}{9}$

二、计算与应用

11 级

1、已知随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1,\\ 0, & |x|\ge 1.\end{cases}$$

求：（1）X 的分布函数 $F(x)$；（2）概率 $P\left\{|x|<\dfrac{1}{2}\right\}$。

2、设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求随机变量 $Y=X^3$ 的概率密度函数。

10 级

2. 已知连续型随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=Ce^{-|x|}\ (-\infty<x<+\infty)$，求：

（1）常数 C；　（2） X 的分布函数 $F_X(x)$；（3）概率 $P\{1<X<3\}$ 。

3. 设随机变量 X 在区间 $[0,2]$ 上服从均匀分布，求随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$ 。

09 级

2. 设有三个盒子，第一个盒装有 4 个红球，1 个黑球；第二个盒装有 3 个红球，2 个黑球；第三个盒装有 2 个红球，3 个黑球. 若任取一盒，从中任取 3 个球。

（1）已知取出的 3 个球中有 2 个红球，计算此 3 个球是取自第一箱的概率；

（2）以 X 表示所取到的红球数，求 X 的分布律；

（3）若 $Y=\sin\frac{\pi}{2}X$ ，求 Y 的分布律.

3. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F_X(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ a+bx^2, & 0\le x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$$

（1）求系数 a,b 的值及 X 的概率密度函数 $f_X(x)$；

（2）若随机变量 $Y=X^2$，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

08 级

2、已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ cx^3, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases},$$

求：（1）常数 c；　（2）X 的概率密度函数；　（3）概率 $P\{-1<X<\frac{1}{2}\}$。

3、设随机变量 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$，求随机变量 $Y = X^2$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$。

07 级

2、已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ a+b\arcsin x, & -1\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases},$$

求（1）常数 a 和 b；（2）X 的概率密度 $f(x)$；（3）概率 $P\{-2<X<0\}$。

解答：（1）由于连续型随机变量的分布函数 $F(x)$ 是连续函数，将 -1 和 1 代入 $F(x)$，得到关于 a 和 b 的方程：

$$0=F(-1)=a-\frac{\pi}{2}b,\quad 0=F(1)=a+\frac{\pi}{2}b$$

3、设随机变量 X 在区间 $(1,2)$ 上服从均匀分布，求 $Y=e^{2X}$ 的概率密度 $f_Y(y)$。

第 3 章

一、选择与填空

11 级

3、设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 在区间 $[0,3]$ 上服从均匀分布，Y 服从参数为 2 的指数分布，则概率 $P\{\min(X,Y)>1\}=$_______。

2、设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，且 X 与 Y 不相关，$f_X(x)$、$f_Y(y)$ 分别为 X、Y 的概率密度，则在 $Y=y$ 条件下，X 的条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$ 为______。

(A) $f_X(x)$　　(B) $f_Y(y)$

(C) $f_X(x)f_Y(y)$　　(D) $\dfrac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

10 级

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的指数分布，则 $\min(X,Y)$ 服从____。

(A) 参数为 λ 的指数分布　　(B) 参数为 2λ 的指数分布

(C) 参数为 $\dfrac{\lambda}{2}$ 的指数分布　　(D) $(0,\lambda)$ 上的均匀分布

二、计算与应用

11 级

3、设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	-1	0	1
-1	0	$1/4$	0
0	$1/4$	0	$1/4$
1	0	$1/4$	0

（1）求概率 $P\{|X|>|Y|\}$；

（2）求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}，并讨论 X 与 Y 的相关性，独立性。

1、设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Axy, & 0<y<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

求：（1）常数 A；

（2）(X,Y) 的边缘概率密度函数 $f_Y(y)$；

（3）在 $Y=y$ 的条件下，X 的条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$；

（4）条件概率 $P\{X<\dfrac{2}{3}\Big|Y=\dfrac{1}{2}\}$。

10 级

1. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ax^2y, & x^2\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

求：（1）常数 A；

（2） (X,Y) 的边缘概率密度函数 $f_Y(y)$；

（3）在 $Y=y$ 的条件下， X 的条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$；

（4）条件概率 $P\{X\le 0\left|Y=\frac{1}{2}\right.\}$。

09 级

1. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-x-y}, & x>0, y>0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

（1）求关于 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$；　　　（2）试判断 X 与 Y 是否相互独立？

（3）计算 $P\left\{X+Y<1\right\}$.

某次抽样调查结果表明，考生的外语成绩 X (百分制)近似服从正态分布 $X\sim N(72,\sigma^2)$，并且分数在 60 分至 84 分之间的考生人数占考生总数的 68.2%，试求考生的外语成绩在 96 分以上的概率.

X	0	1.0	2.0	3.0
$\Phi(x)$	0.500	0.841	0.977	0.999

08 级

1、设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}, & x^2+y^2<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求：（1）（X，Y）的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

（2）概率 $P\{Y>X\}$；

（3）随机变量 $Z=\sqrt{X^2+Y^2}$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$。

07 级

1、设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ax, & 0<y<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求（1）常数 A；

（2）（X，Y）的边缘概率密度函数 $f_Y(y)$ 和条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$；

（3）概率 $P\{X+Y<1\}$。

第 4 章

一、选择与填空

11 级

3、将一枚质量均匀对称的硬币独立地重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和 Y 的相关系数为______。

(A) 1　　(B) -1

(C) 0　　(D) 0.5

10 级

2. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $D(X+1)$ 的值为__。

(A) 2　　(B) 3　　(C) $\dfrac{1}{4}$　　(D) $\dfrac{5}{4}$

09 级

2. 设 X 和 Y 为独立同分布的随机变量，X 的分布律为 $P\left\{X=0\right\}=\dfrac{1}{4}$，$P\left\{X=1\right\}=\dfrac{3}{4}$，令随机变量 $Z=\max(X,Y)$，则数学期望 $E(Z)=$____.

(A) $\frac{1}{4}$　　(B) $\frac{3}{4}$　　(C) $\frac{1}{16}$　　(D) $\frac{15}{16}$

08 级

2、设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则 $P\{X=E(X^2)\}=$____。

3、设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.5，$E(X)=E(Y)=0$，$E(X^2)=E(Y^2)=2$，则 $E[(X+Y)^2]=$______。

07 级

2、下面四个随机变量的分布中，期望最大，方差最小的是____。

(A) X 服从正态分布 $N(5,\frac{1}{2})$　　(B) Y 服从均匀分布 $U(5,7)$

(C) Z 服从参数为 $\frac{1}{6}$ 指数分布　　(D) T 服从参数为 3 的泊松分布

3、若二维随机变量 (X,Y) 的相关系数 $\rho_{XY}=0$，则以下结论正确的是____。

(A) X 与 Y 相互独立　　(B) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

(C) X 与 Y 互不相容　　(D) $D(XY)=D(X)\cdot D(Y)$

3、设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，则 $P\{X>\sqrt{DX}\}=$_______。

二、计算与应用

10 级

将 2 封信随机地投入 2 个邮筒，设随机变量 X,Y 分别表示投入第 1 个和第 2 个邮筒的信的数目，试求：

（1）(X,Y) 的联合分布；　　（2）X 的数学期望 $E(X)$ 及方差 $D(X)$；

（3）(X,Y) 的相关系数 ρ；　　（4）判断 X,Y 是否不相关. 是否相互独立。

09 级

4. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数 $\rho=1/4$，$D(X)=D(Y)=1$，令 $U=X+Y$，$V=X+aY$，且 U 与 V 不相关，求常数 a.

08 级

2、设随机变量 X_1 和 X_2 的分布律为

X_1	-1	0	1
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

X_2	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

并且 $P\{X_1X_2=0\}=1$。

（1）求 X_1， X_2 的数学期望以及方差；

（2）求 (X_1,X_2) 的联合分布律；

（3）求 X_1， X_2 的协方差；

（4）判断 X_1， X_2 是否不相关，是否独立。

设某企业生产线上产品的合格率为 0.96，不合格品中只有 $\frac{3}{4}$ 的产品可进行再加工，且再加工的合格率为 0.8，其余均为废品。已知每件合格品可获利 80 元，每件废品亏损 20 元，为保证该企业每天平均利润不低于 2 万元，问该企业每天至少应生产多少产品？

07 级

2、设二维随机变量（X,Y）的概率分布为

X \ Y	0	1	$P\{X=x_i\}$
-1		0.64	
0	0.04		
$P\{Y=y_j\}$		0.8	1

（1）请将上表空格处填全；

（2）求 X，Y 的数学期望以及方差 EX、EY、DX、DY；

（3）求 X，Y 的协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)$ 以及相关系数 ρ_{XY}，并判断 X,Y 是否不相关，是否独立；

（4）记 $Z=X+Y$，求 Z 的概率分布，并求 $P\{X=Z\}$。

07 级

已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品，乙箱中仅装有 3 件合格品. 从甲箱中任取 2 件产品放入乙箱后，求：

(1) 从乙箱中任取一件产品是次品的概率；

(2) 乙箱中次品件数的数学期望。

三、证明

10 级

1. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 ρ，且满足 $D(X)=D(Y)$，令 $U=X+Y$，$V=X-Y$，证明：U 与 V 不相关。

08 级

证明在一次试验中，事件 A 发生的次数 X 的方差 $D(X)\le\frac{1}{4}$。

07 级

1、设 X 为连续型随机变量，且数学期望 $E(e^{X^2})$ 存在，证明：对于任意正数 ε，有 $P\{|X| \geq \varepsilon\} \leq \dfrac{E(e^{X^2})}{e^{\varepsilon^2}}$。

第 5 章

一、选择与填空

11 级

4、设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，用契比雪夫不等式估计 $P\{-2 < X < 6\} \geq$ ________。

10 级

4. 设随机变量 X 的数学期望为 μ，方差为 σ^2，则由契比雪夫不等式可知概率 $P\{|X-\mu| \geq 3\sigma\} \leq$ ______。

09 级

3. 设随机变量 X 的方差为 25，则根据契比雪夫不等式 $P\{|X-E(X)|<10\} \geq$ ____.

3. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是独立同分布的随机变量序列，且服从参数为 λ $(\lambda > 0)$ 的泊松分布，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则必成立____.

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\lambda\sqrt{n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{\lambda n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{\lambda n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$

08 级

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 为来自总体 X 的简单随机样本，且 $E(X)=\mu$，$D(X)=8$，$\bar{X} = \dfrac{1}{10}\sum\limits_{i=1}^{10} X_i$，利用契比雪夫不等式估计 $P\{\mu - 4 < \bar{X} < \mu + 4\} \geq$ ______。

07 级

4、已知随机变量 X 的数学期望 $EX=5$，方差 $DX=4$，则由契比雪夫不等式可知概率 $P\{2<X<8\}$ ________。

(A) $\geq \dfrac{4}{9}$　　(B) $\leq \dfrac{4}{9}$　　(C) $\geq \dfrac{5}{9}$　　(D) $\leq \dfrac{5}{9}$

第 6 章

一、选择与填空

11 级

5、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的容量为 n 的简单随机样本，S^2 为样本方差，则 $E(S^2)=$ _______。

10 级

4. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 表示样本均值，S^2 表示样本方差，则下列选项中错误的是_____。

(A) $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$　　(B) $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n)$

(C) $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$　　(D) $\bar{X}$ 与 S^2 相互独立

09 级

4. 设总体 X 服从二项分布 $B(n, p)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则 $D(\bar{X})$

为______.

08 级

4、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$（$n\ge 2$）为来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则______。

(A) $n\overline{X}\sim N(0,1)$　　(B) $nS^2\sim\chi^2(n)$

(C) $\dfrac{(n-1)\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$　　(D) $\dfrac{(n-1)X_1^{\,2}}{\sum\limits_{i=2}^{n}X_i^{\,2}}\sim F(1,n-1)$

07 级

4、设 (X_1,X_2,X_3,X_4) 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，若统计量 $Z=\dfrac{C(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}$ 服从 t 分布，则常数 $C=$____。

三、证明

11 级 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，若 $\overline{X}$ 表示样本均值，S^2 表示样本方差，记 $Y=n(\dfrac{\overline{X}-\mu}{S})^2$，证明：$Y\sim F(1,n-1)$。

10 级

2. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本且 $E(X)=\mu,D(X)=\sigma^2$，$\overline{X}$ 表示样本均值，S^2 表示样本方差，记 $T=\overline{X}^2-\dfrac{1}{n}S^2$，证明：$E(T)=\mu^2$。

09 级

1. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_8$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{10}$ 为分别来自两个正态分布总体 $N(-1,2^2)$ 及 $N(2,5^2)$ 的简单随机样本，且相互独立，S_1^2 与 S_2^2 分别为两个样本方差，试证明：统计量 $\dfrac{25S_1^2}{4S_2^2}$ 服从 $F(7,9)$ 分布.

08 级

1、设随机变量 X 服从 $t(n)$ 分布，求证：$\dfrac{1}{X^2}$ 服从 $F(n,1)$ 分布。

第 7 章

一、选择与填空

11 级

4、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，若已知样本容量和置信度 $1-\alpha$ 均不变，则对于不同的样本观测值，总体均值 μ 的置信区间的长度______。

(A) 变长　　(B) 变短

(C) 不变　　(D) 不能确定

10 级

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,1)$ 的简单随机样本，建立总体 X 的数学期望 μ 的置信度为 0.95 的置信区间，则当样本容量为 16 时，置信区间的长度 $L=$______。(已知 $\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$)

09 级

5. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的简单随机样本，且统计量 $\hat{\lambda}=aX_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{3}X_3$ 是 λ 的一个无偏估计量，则常数 $a=$_____.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是来自正态总体 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本，其中 σ^2 已知，μ 为未知参数，记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是_____.

(A) $\left(\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$　　(B) $\left(\overline{X}-0.975\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+0.975\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

(C) $\left(\overline{X}-1.28\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+1.28\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$　　(D) $\left(\overline{X}-0.90\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+0.90\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

（其中 $\Phi\left(x\right)$ 为标准正态分布的分布函数，$\Phi\left(1.96\right)=0.975,\Phi\left(1.28\right)=0.900$）

08 级

5、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机地抽取 25 个样本，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间的长度 $L=$______。

(已知 $\Phi(1.96)=0.975,\Phi(1.645)=0.95$，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数)

07 级

5、已知一批零件的长度 X（单位：cm)服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机地抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40 (cm)，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_______。

(已知 $\Phi(1.96)=0.975,\Phi(1.645)=0.95$，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数)

二、计算与应用

11 级

2、设总体 X 服从 $0-1$ 分布，分布律为

X	1	0
p	p	$1-p$

其中 p 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自 X 的简单随机样本。

求：（1） p 的矩估计量 $\hat{p}_1$；

（2） p 的极大似然估计量 $\hat{p}_2$；

（3）判断 $\hat{p}_1$、 $\hat{p}_2$ 是否为 p 的无偏估计。

10 级

4. 设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

其中 θ $(0<\theta<\frac{1}{2})$ 是未知参数，利用总体 X 的如下样本值：3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3, 求：（1）θ 的矩估计值；（2）极大似然估计值。

09 级

2. 已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，试求：

（1） θ 的矩估计量；（2） θ 的极大似然估计量.

08 级

3、已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\alpha,\beta)=\begin{cases}\beta\alpha^{\beta}x^{-\beta-1}, & x>\alpha\\ 0, & x\le\alpha\end{cases}$$

其中 $\alpha>0, \beta>1$ 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本。求：

（1） 当 $\alpha=1$ 时，β 的矩估计量；

（2） 当 $\beta=2$ 时，α 的极大似然估计量。

07 级

3、设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x>1,\\ 0, & x\le 1,\end{cases}$$

其中 $\theta>1$ 为未知参数. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求 θ 的矩估计量以及极大似然估计量。

07 级

2、设随机变量 X 的数学期望为 μ ，方差为 σ^2 ， $\left(X_1,X_2,\cdots,X_n\right)$ 是来自总体 X 的简单随机样本，证明： $S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 是 σ^2 的无偏估计。

第 8 章

一、选择与填空

11 级

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,2^2)$ 的简单随机样本，样本容量 $n=16$ ，样本均值为 $\bar{X}$ ，则在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设 $H_0:\mu=5;H_1:\mu\neq 5$ 的拒绝域为______。(已知 $\Phi(1.645)=0.95$ ， $\Phi(1.96)=0.975$ ，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数)

(A) $\left\{\left|\bar{X}-5\right|\ge 0.98\right\}$　　(B) $\left\{\left|\bar{X}-5\right|\le 0.98\right\}$

(C) $\left\{\left|\bar{X}-5\right|\ge 0.82\right\}$　　(D) $\left\{\left|\bar{X}-5\right|\le 0.82\right\}$

10 级

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，若进行假设检验，当______时，一般采用统计量 $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ 。

(A) μ 已知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$　　(B) μ 未知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$

(C) σ^2 已知，检验 $\mu = \mu_0$　　(D) σ^2 未知，检验 $\mu = \mu_0$

09 级

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，现进行假设检验，当在以下____情形时，一般采用统计量 $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$.

(A) μ 未知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$　　(B) μ 已知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$

(C) σ^2 未知，检验 $\mu = \mu_0$　　(D) σ^2 已知，检验 $\mu = \mu_0$

08 级

5、设正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的双边检验 $H_0: \mu = \mu_0$， $H_1: \mu \neq \mu_0$， σ^2 已知，显著性水平为 α，则 H_0 的拒绝域为____。

(A) $\left|\overline{X} - \mu_0\right| > \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_\alpha$　　(B) $\left|\overline{X} - \mu_0\right| > \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\frac{\alpha}{2}}$

(C) $\left|\overline{X} - \mu_0\right| > \dfrac{S}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)$　　(D) $\left|\overline{X} - \mu_0\right| > \dfrac{S}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

07 级

5、对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著水平 0.05 下接受 $H_0: \mu = \mu_0$，那么在显著水平 0.01 下，下列结论中正确的是____。

(A) 必接受 H_o　　(B) 可能接受，也可能拒绝 H_o

(C) 必拒绝 H_o　　(D) 不接受，也不拒绝 H_o

第 10 章

11 级

3、设随机过程 $X(t) = Rt + C,\ -\infty < t < +\infty$，其中 C 为常数， R 服从 $(0,1)$ 区间上的均匀分布。

（1）求 $\{X(t), -\infty < t < +\infty\}$ 的均值函数和相关函数；

（2）求 $\{X(t), -\infty < t < +\infty\}$ 的协方差函数、方差函数和均方值函数；

（3）判断 $\{X(t), -\infty < t < +\infty\}$ 是否为平稳过程？

10 级

2. 设随机过程 $X(t)=A+Bt,\ -\infty<t<+\infty$，其中 A 和 B 是相互独立的随机变量，且均值是 0，方差是_____。

（1）求 $\{X(t),-\infty<t<+\infty\}$ 的均值函数和相关函数；

（2）求 $\{X(t),-\infty<t<+\infty\}$ 的协方差函数. 方差函数和均方值函数；

（3）判断 $\{X(t),-\infty<t<+\infty\}$ 是否为平稳过程，并说明理由。

09 级

3. 设随机过程 $X(t)=a\cos(\omega t+\Theta),\quad -\infty<t<+\infty$，其中 a 和 ω 是常数，Θ 是服从 $[0,2\pi]$ 上均匀分布的随机变量.

（1）求 $\{X(t),-\infty<t<+\infty\}$ 的均值函数和相关函数；

（2）求 $\{X(t),-\infty<t<+\infty\}$ 的协方差函数、方差函数和均方值函数；

（3）判断 $\{X(t),-\infty<t<+\infty\}$ 是否为平稳过程？

2. 设随机过程 $\{X(t),t\in[a,b]\}$ 是正交增量过程，且 $X(a)=0$，试证明：

$$R_X(s,t)=\Phi_X(\min(s,t)),\ \ s,t\in[a,b].$$