1、设<A,*>到<B,∇>是两个代数系统，e∈B 是 B 的单位元。令 f:A→B，定义为：对任意的 a∈A，f(a)=e。证明 A 和 B 两个代数系统同态。

2、若<S,∗>是可交换独异点，T 为 S 中所有等幂元的集合，则<T,∗ >是<S,∗ >的子独异点。

3、设<S，＋，·>是环，且对任意的 $a\in S$ 都有 $a\cdot a=a$，证明：对任意的 $a\in S$，都有 $a+a=0$，0 是加法单位元。

4、<G,*>是个群，u∈G，定义 G 中的运算“Δ”为 $a\Delta b=a*u^{-1}*b$，对任意 a,b∈G，求证：<G,Δ>也是群。

5、设 p 是素数，m 是正整数，证明 p^m 阶群必是 p 阶子群。

6、设 R 是环，$a\in R$，若存在正整数 n 使得 $a^n=0$，则称 a 是幂零元。试证明 0 是整环中唯一的幂零元。

7、设<S，＋，·>是环，1 是其乘法幺元，在 S 上定义运算 ⊕ 和 ⊙：

$$a\oplus b=a+b+1,\quad a\odot b=a+b+a\cdot b。$$

（1）证明<S，⊕，⊙>是一个环。

（2）给出<S，⊕，⊙>的关于运算 ⊕ 和 ⊙ 的单位元。

8、假设 A 是非空集合，$P(A)$是其幂集，对于集合的对称差运算⊕ 和交运算∩，证明<$P(A),\oplus,\cap$>是含有单位元的可交换环，但不是整环。(注：集合的对称差运算为：A⊕B=(A-B)∪(B-A))

9、设 $<G,\circ>$ 是一个群，H 是 G 的非空子集，则 $<H,\circ>$ 是 $<G,\circ>$ 的子群的充分必要条件是：对于任意的 $a,b\in H$，则有 $a^{-1}\circ b\in H$。

10、已知 G={0,1,2,3,4,5}，$+_6$ 为模 6 加法，试说明<G,$+_6$>是否构成群？是否为循环群？若是，生成元是什么？它是否有子群？若有，子群是什么？

$+_6$	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4